**Interpolasi**

Interpolasi digunakan untuk menaksir harga-harga yang terletak diantara titik-titik data yang sudah diketahui.

Sebagai contoh, ingin ditaksir/ diperkirakan berapakah besarnya keuntungan jika besarnya biaya promosi adalah 11.5 seperti Tabel 1 berikut ini

**Tabel 1. Hubungan Biaya Promosi -Keuntungan**

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Biaya Promosi** | 8.8 | 9.6 | 10.5 | 12 | 12.4 | 12.8 | 13.2 |
| **Keuntungan** | 30.8 | 37.1 | 45.2 | 58.1 | 60.2 | 64.4 | 68.8 |

**\*) Keterangan: satuan juta rupiah**

Contoh dalam bidang informatika, Suatu citra dapat mengalami gangguan yang berupa kerusakan pada beberapa bagian/blok pixel (misal kerusakan ditandai dengan ). Perbaikan citra dilakukan dengan metode interpolasi melalui informasi pixel tetangga

**Gambar 1.** Gambaran Singkat Penggunaan Interpolasi pada pixel yang rusak

**Interpolasi mempunyai orde atau derajat.** Untuk memperkirakan harga tersebut, metode yang paling sering digunakan adalah metode interpolasi polinomial.

Beberapa hal yang berkaitan dengan proses perhitungan interpolasi :

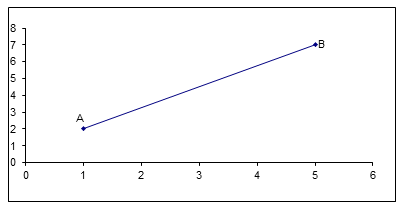
1. Formulasi umum fungsi polinomial orde ke- n . yaitu:

2.Untuk banyaknya  titik-titik data, **terdapat satu dan hanya satu** polinomial orde ke-  **atau kurang** yang melewati semua titik.

**Sebagai contoh** ,

* + Jika diketahui 2 buah titik, yaitu titik A dan B, maka hanya ada polinomial orde 1, atau fungsi linear

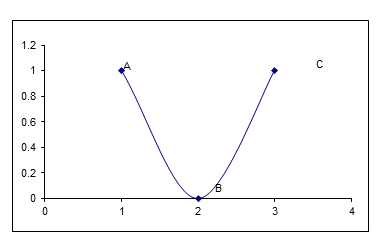
(yang dapat digambar sebagai garis lurus) yang bisa melewati 2 titik tersebut. **Perhatikan gambar 2.**



Gambar 2. Grafik dari Fungsi Linear

* + Dengan cara yang sama, jika diketahui 3 titik A, B dan C, maka hanya ada sebuah polinomial orde 2, atau fungsi parabola yang bisa melewati 3 buah titik tsb.

**Perhatikan Gambar 3.**



Gambar 3. Grafik dari Fungsi Parabola

Polinomial Interpolasi yang akan dipelajari adalah **polinomial interpolasi Newton** atau sering disebut dengan **polinomial interpolasi diferensiasi terbagi Newton** dan **polinomial interpolasi Lagrange**.

**Polinomial Interpolasi (Diferensiasi Terbagi) Newton**

**A. Interpolasi Linear (Orde Satu)**

Bentuk termudah dari perhitungan interpolasi adalah interpolasi linear, yang bisa dirumuskan sebagai

……………………(1)

Rumus ini berarti : ingin dicari berapakah harga dengan rumus interpolasi linear jika diketahui nilai-nilai dari . Artinya ada 2 titik A( B(,

**CONTOH 1**

Ingin ditaksir/ diperkirakan berapakah besarnya keuntungan jika besarnya biaya promosi adalah 11.5 dengan menggunakan interpolasi linear.

**Tabel 1. Hubungan Biaya Promosi -Keuntungan**

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Biaya Promosi** | 8.8 | 9.6 | 10.5 | 12 | 12.4 | 12.8 | 13.2 |
| **Keuntungan** | 30.8 | 37.1 | 45.2 | 58.1 | 60.2 | 64.4 | 68.8 |

**\*) Keterangan: satuan juta rupiah**

**PERHATIKAN**

Masalah: ingin dicari berapakah besarnya keuntungan jika besarnya biaya promosi adalah 11.5 ? disini

**Karena interpolasi linear, artinya orde 1 , maka diperlukan 2 titik yang melingkupi nilai yang dicari** (

Kita pilih dua harga antara , yaitu

Padahal kita tahu dari tabel bahwa

Perkiraan/estimasi besarnya keuntungan jika besarnya biaya promosi adalah 11.5 juta dengan menggunakan **interpolasi linear** adalah sbb:

=

=

=

**\*)Jika diketahui bahwa nilai keuntungan sebenarnya adalah 55.92**

Maka **kesalahannya sebenarnya** adalah:

= absolut ) \* 100%

= absolut ) \* 100% = 3.7911 %

**B. Interpolasi Kuadratik**

Interpolasi kuadratik adalah polinomial **interpolasi derajad dua**. Interpolasi kuadratik memberikan hasil yang lebih baik dari interpolasi linear , karena sudah memperhitungkan kelengkungan dari suatu kurva.

Berikut ini adalah rumus dari interpolasi kuadratik

……..……………………(2)

Dirumuskan bahwa :

=

=

**CONTOH 2**

Ingin ditaksir/ diperkirakan berapakah besarnya keuntungan jika besarnya biaya promosi adalah 11.5 juta dengan menggunakan interpolasi kuadratik.

**Karena interpolasi kuadratik, artinya orde 2 , maka diperlukan 3 titik yang melingkupi nilai yang dicari** (

**Tabel 1. Hubungan Biaya Promosi -Keuntungan**

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Biaya Promosi** | 8.8 | 9.6 | 10.5 | 12 | 12.4 | 12.8 | 13.2 |
| **Keuntungan** | 30.8 | 37.1 | 45.2 | 58.1 | 60.2 | 64.4 | 68.8 |

**\*) Keterangan: satuan juta rupiah**

Kita pilih 3 harga antara , yaitu

Diketahui dari soal bahwa

Rumus dari interpolasi kuadratik

Dengan :

= = =

=

= = -1.7631

Rumus:

1.7631

= 54.6816

**\*)Jika diketahui bahwa nilai keuntungan sebenarnya adalah 55.92**

= absolut ) \* 100%

= absolut ) \* 100% = 2.2146 %

Kesimpulan: Estimasi dgn orde 2 memberikan kesalahan yang lebih kecil jika dibanding terhadap orde 1

**C. Bentuk Umum Interpolasi Newton**

Sebelum dipelajari bentuk umum Newton, ada baiknya ditelusuri kembali persamaan (1) dan (2) yang memuat tentang rumus interpolasi linier dan kuadratik.

Pada persamaan (1) :

Atau



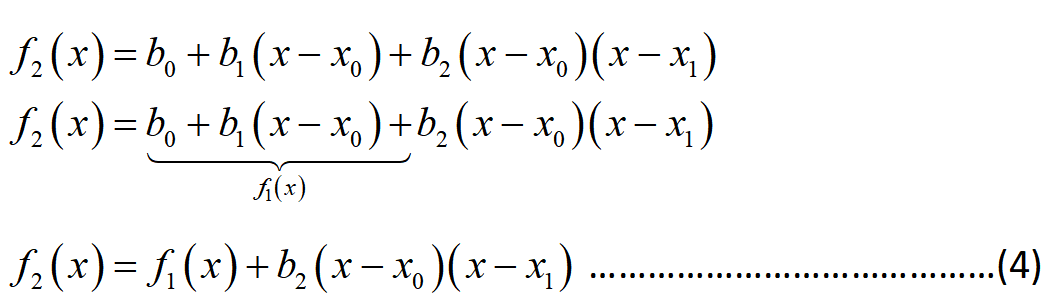
Sehingga persamaan (1) dapat ditulis :

Rumus dari interpolasi kuadratik

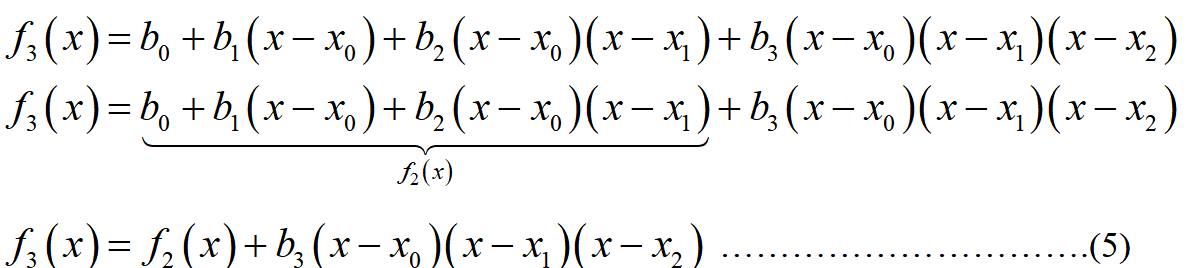
…………………………..(3)

Ini berarti bahwa persamaan interpolasi kuadratik adalah perluasan dari persamaan interpolasi linear, yaitu

Pada persamaan (3)



Berdasarkan persamaan (4), interpolasi polinomial orde ke-3 Newton dapat dirumuskan sebagai



Dengan demikian ***bentuk umum*** interpolasi polinomial orde ***ke- (n***) Newton adalah:

**Sekarang permasalahannya, bagaimana mencari bentuk umum ?**

Ingat kembali bahwa :

Bentuk masing-masing disebut **sebagai diferensiasi terbagi hingga pertama** dan **diferensiasi terbagi hingga ke-dua**.

**PERHATIKAN**

**Jika:**

**maka :**  ………..(6)

Jika bentuk umum **** sudah dapat ditemukan pada persamaan (6), bagaimana bentuk umum ***diferensiasi terbagi hingga ke n ?***

Bila **“diferensiasi terbagi hingga pertama”** dinyatakan dengan dan …………………………….. (7A)

Bila “**diferensiasi terbagi hingga ke-dua”** dinyatakan dengan dan dirumuskan sebagai

…………………………….. (7B)

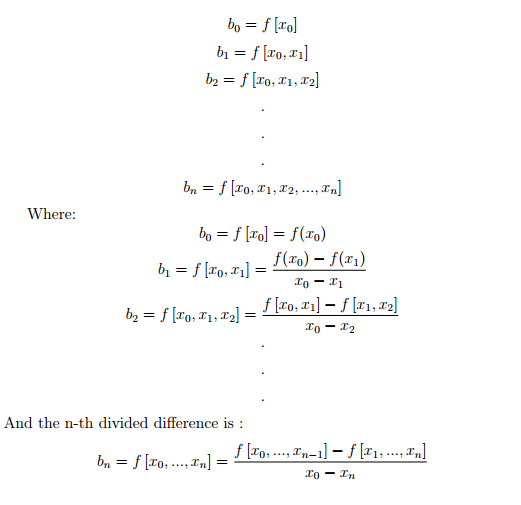
=

Jika masing-masing dan yang terdapat pada rumus (7A) diuraikan menjadi **“diferensiasi terbagi hingga pertama”** **maka:**

Dengan cara yang sama maka diferensiasi terbagi hingga ke- n dapat dinyatakan sebagai

**DISKUSI :**

Bagaimana harga ? Untuk Estimasi orde 3



Gambar Skema Koefisien **“diferensiasi terbagi hingga-n ”**

**CONTOH 3**

Ingin ditaksir/ diperkirakan berapakah besarnya keuntungan jika besarnya biaya promosi adalah 11.5 juta **dengan menggunakan interpolasi kubik (orde 3).**

**Karena interpolasi kuadratik, artinya orde 3 , maka diperlukan 4 titik yang melingkupi nilai yang dicari** (

Diketahui dari soal bahwa

RUMUS MENCARI INTERPOLASI NEWTON ORDE- 3 : (n=3)

Sehingga :

= =6.5625

= =-1.7632

= (3.6198

=56.3105

= absolut ) \* 100%

= absolut ) \* 100% = 0.6983 %

Kesimpulan: Estimasi dgn orde 3 memberikan kesalahan yang lebih kecil jika dibanding terhadap orde 1 dan orde 2

**CONTOH SOAL 4: (UNTUK DIKERJAKAN MANDIRI)**

Jika diketahui tabel distribusi dengan

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |
| =10 | 7.56 | 5.39 | 5.06 | 4.94 | 4.85 | 4.71 |

Perkirakan **berapakah besarnya nilai tabel distribusi**  artinya besarnya dan =10 dengan besarnya tetap yaitu . Gunakan Pendekatan **Interpolasi Newton orde satu (linear), orde dua (kuadratik) dan orde tiga** catatan \*\*) = Derajad bebas ke 1 dan = Derajad bebas ke 2

**Polinomial Interpolasi Lagrange**

Polinomial Interpolasi Lagrange mempunyai ide yang sama dengan Polinomial Interpolasi Newton, perbedaannya dengan Newton, Interpolasi Lagrange menghindari **penggunaan bentuk ‘diferensiasi terbagi hingga’ dalam komputasinya.**

Bentuk Umum Polinomial Interpolasi Lagrange : (\* disini derajad polinom)

………………………… (8)

dimana : ……………………… (9)

Dari rumus tersebut, dapat dijabarkan **Polinomial Interpolasi Lagrange orde satu,** sebagai berikut,

Ingat Persamaan 9 - bahwa

dan

…………..(10)

Adapun penjabaran **Polinomial Interpolasi Lagrange orde dua** , yaitu:

Ingat Persamaan (9) bahwa

Sehingga:

**Bagaimana Polinomial Interpolasi Lagrange orde tiga?**

Pada Persamaan (9) bahwa

**CONTOH 5**

Ingin ditaksir/ diperkirakan berapakah besarnya keuntungan jika besarnya biaya promosi adalah 11.5 juta dengan menggunakan interpolasi Lagrange Orde Satu.

**Tabel 1. Hubungan Biaya Promosi -Keuntungan**

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Biaya Promosi** | 8.8 | 9.6 | 10.5 | 12 | 12.4 | 12.8 | 13.2 |
| **Keuntungan** | 30.8 | 37.1 | 45.2 | 58.1 | 60.2 | 64.4 | 68.8 |

**\*) Keterangan: satuan juta rupiah**

**JAWAB:**

**Polinomial Interpolasi Lagrange orde satu**

**Karena interpolasi orde 1 , maka diperlukan 2 titik yang melingkupi nilai yang dicari** (

Kita pilih dua harga antara ,

yaitu

Hitung:

dan

=  = = 0.3333

= = = 0.6667

0.3333 (45.2) + 0.6667 (58.1) = 15.0652 +38.7353

=53.8005 (**coba bandingkan dengan hasil Newton**)

**CONTOH 6**

Ingin ditaksir/ diperkirakan berapakah besarnya keuntungan jika besarnya biaya promosi adalah 11.5 juta dengan menggunakan interpolasi Lagrange Orde Dua.

**Tabel 1. Hubungan Biaya Promosi -Keuntungan**

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Biaya Promosi** | 8.8 | 9.6 | 10.5 | 12 | 12.4 | 12.8 | 13.2 |
| **Keuntungan** | 30.8 | 37.1 | 45.2 | 58.1 | 60.2 | 64.4 | 68.8 |

**\*) Keterangan: satuan juta rupiah**

**Karena interpolasi kuadratik, artinya orde 2 , maka diperlukan 3 titik yang melingkupi nilai yang dicari** (

Kita pilih 3 harga antara ,

yaitu

**Polinomial Interpolasi Lagrange orde dua** , yaitu:

Ingat Persamaan (9) bahwa

= = 0.1579

= = 1.5000

= = -0.6579

Sehingga:

= 7.1371 + 87.1500 - 39.6056 = 54.6815

**(Coba kita bandingkan dengan hasil Interpolasi Kuadratik Newton)**

**CONTOH 7**

Ingin ditaksir/ diperkirakan berapakah besarnya keuntungan jika besarnya biaya promosi adalah 11.5 juta dengan menggunakan interpolasi Lagrange Orde Tiga.

**Tabel 1. Hubungan Biaya Promosi -Keuntungan**

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Biaya Promosi** | 8.8 | 9.6 | 10.5 | 12 | 12.4 | 12.8 | 13.2 |
| **Keuntungan** | 30.8 | 37.1 | 45.2 | 58.1 | 60.2 | 64.4 | 68.8 |

**\*) Keterangan: satuan juta rupiah**

**Karena interpolasi kuadratik, artinya orde 3 , maka diperlukan 4 titik yang melingkupi nilai yang dicari** (

Diketahui dari soal bahwa

Pada Persamaan (9):

= = 0.0892

= = 2.4375

= = -2.1382

= = 0.6114

=

= 56.3051(Bagaimana jika dibandingkan dengan Newton?)

= absolut ) \* 100%

= absolut ) \* 100% = 0.6886 %

**CONTOH SOAL 8: (UNTUK DIKERJAKAN MANDIRI)**

Jika diketahui tabel distribusi dengan

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |
| =10 | 7.56 | 5.39 | 5.06 | 4.94 | 4.85 | 4.71 |

Perkirakan **berapakah besarnya nilai tabel distribusi**  artinya besarnya dan =10 dengan besarnya tetap yaitu . Gunakan Pendekatan **Interpolasi LAGRANGE orde satu (linear), orde dua (kuadratik) dan orde tiga . Hitung kesalahan** catatan \*\*) = Derajad bebas ke 1 dan = Derajad bebas ke 2